

## *Abstract*

This work is intended as a contribution to the stabilization and optimal control of an articulated flexible arm by a diffusive approach. The diffusive representation approach is the mathematical framework adapted to the analysis and to the local time dynamic realization of systems whose description involves non-standard operators such as pseudo-differential operators. In this work, we first focus on the implementation of diffusive representations in continuous time: analysis of different realizations of infinite dimension and their dissipative behavior, the choice of parameters directly influencing the efficiency and the convergence of the approximations carried out, and then we apply these tools to the problem of controlling flexible structures.

Flexible arms are characterized by a substantial number of significant modes of vibration, so controls based on the modal approach are too weak when the performance level required is high. The energy of high frequencies is practically uncontrollable in the event of uncertainties about the parameters of the system. A passive approach is proposed for the control of an articulated flexible arm, based on the principle of wave-absorbing boundary control. Such a control reveals a hereditary operator “integrator of order  $\frac{1}{2}$ .” The diffusive realization of this operator allowed the implementation in numerical simulation of a wave-absorbing feedback boundary control, conferring on the closed loop system the property of global passivity, therefore unconditional stability. This pre-stabilization designed through a diffusive system, simulating a virtual semi-infinite beam extending the flexible arm on the articulated side, allows to obtain a well posed problem of optimal control (in closed loop), in the case of tracking a reference signal relating to the rigid mode of the flexible arm. The initial condition of this diffusion determines the design of the torque control ensuring stabilization and optimal control of the arm. The obtained results clearly demonstrated the effectiveness and robustness of the proposed methodology in terms of stabilization and tracking.

**Keywords :** Diffusive representation, pseudo-differential operators, stabilisation, vibrating structures, flexible arm, optimal control.

## *Résumé*

Ce travail se veut une contribution à la stabilisation et au contrôle optimal d'un bras flexible articulé par une approche diffusive. L'approche représentation diffusive est le cadre mathématique adapté à l'analyse et à la réalisation dynamique locale en temps des systèmes dont la description fait intervenir des opérateurs non standard de type pseudo-différentiel. Dans ce travail, on se concentre tout d'abord sur la mise en place des représentations diffusives en temps continu : analyse des différentes réalisations de dimension infinie et leur comportement dissipatif, le choix des paramètres influant directement sur l'efficacité et la convergence des approximations réalisées, par la suite on passe à l'application de ces outils au problème de contrôle de structures flexibles.

Les bras flexibles possèdent un grand nombre de modes de vibration propres significatifs, ce qui rend leurs contrôles basés sur l'approche modale peu robustes. L'énergie du système, notamment pour les hautes fréquences, est pratiquement incontrôlable en cas d'incertitude sur le modèle. On propose une approche passive pour le contrôle d'un bras flexible articulé à une extrémité et libre à l'autre, basée sur le principe de l'absorption d'ondes par contrôle frontière. Un tel contrôle fait apparaître un opérateur héréditaire de type pseudo-différentiel, intégrateur d'ordre  $\frac{1}{2}$ . La réalisation diffusive de cet opérateur a permis la mise en œuvre en simulation numérique du contrôle, par feedback absorbant d'ondes conférant au système bouclé la propriété de passivité globale, donc une stabilité inconditionnelle. Cette pré-stabilisation conçue à travers un système diffusif, simulant une poutre semi-infinie à l'extrémité articulée et prolongeant virtuellement le bras flexible, permet d'obtenir un problème de contrôle optimal (en boucle fermée) bien posé, dans le cas de poursuite d'une consigne de référence portant sur le mode rigide du bras flexible. C'est la condition initiale de cette diffusion qui détermine la conception du contrôle en couple assurant la stabilisation et le contrôle optimal du bras. Les résultats de simulation ont montré clairement l'efficacité et la robustesse de la méthodologie de l'approche proposée en stabilisation et en poursuite.

**Mots clés :** Représentation diffusive, opérateurs pseudo-différentiels, stabilisation, structures vibrantes, bras flexible, contrôle optimal.

## ملخص

يهدف هذا العمل إلى المساهمة في الاستقرار والتحكم الأمثل لذراع مفصلي مرن من خلال نهج مصمم بشكل انتشاري. نهج التمثيل الانتشاري هو الإطار الرياضي الذي تم تكيفه مع التحليل والتحقق الديناميكي المحلي من حيث الزمن، للأنظمة التي يتضمن وصفها عوامل غير قياسية من النوع الشبه التفاضلي « OPD ». في هذا العمل، نركز أولاً على تحقيق التمثيل الانتشاري في وقت مستمر: تحليل مختلف الإنجازات ذات البعد اللانهائي وسلوكها التبادلي، واختيار المعلمات التي تؤثر بشكل مباشر على الكفاءة وتقارب التقديرات المحققة، ثم نطبق هذه الأدوات على مشكلة التحكم في الهياكل المرنة.

تتميز الأذرع المرنة بعدد كبير من أوضاع الاهتزاز الهامة، لذا فإن الضوابط القائمة على النهج المعياري تكون ضعيفة للغاية عندما يكون مستوى الأداء المطلوب مرتفعاً. طاقة الترددات العالية لا يمكن السيطرة عليها عملياً في حالة عدم اليقين حول معلمات النظام. تم اقتراح نهج سلبي "غير فعال" للتحكم في ذراع مرن مفصلي عند أحد الطرفين وحر من الطرف الآخر، بناءً على مبدأ امتصاص الموجة عن طريق التحكم في الحدود. يكشف مثل هذا التحكم عن عامل وراثي "تكاملي النظام 1/2". سمح مفهوم "التمثيل الانتشاري" بتصميم هذا العامل بطريقة لا وراثية وتحقيق المحاكاة العددية للتحكم في الحدود بواسطة تغذية راجعة ممتصة للموجة، مما منح نظام الحلقة المغلقة الخاصية السلبية الكلية، وبالتالي استقرار غير مشروط. هذا التثبيت المسبق المصمم من خلال نظام إنتشاري، يحاكي شعاعاً افتراضياً شبه لانتهائي يمد الذراع المرن على الجانب المفصلي، يسمح بالحصول على مشكلة مطروحة جيداً للتحكم الأمثل في حالة تتبع إشارة مرجعية تتعلق بالنمط الجامد للذراع المرن. إن الشرط الأولي لهذا الانتشار هو الذي يحدد تصميم التحكم في عزم الدوران لضمان الاستقرار والتحكم الأمثل للذراع. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها بوضوح فعالية ومتانة المنهجية المقترحة من حيث الاستقرار والتتبع.

**الكلمات المفتاحية:** التمثيل الانتشاري، العوامل الشبه تفاضلية، الاستقرار، الهياكل الاهتزازية، الذراع المرن، التحكم الأمثل.