

# Introduction Générale

Au cours des dernières années, l'usage d'opérateurs non standards, comme par exemple les opérateurs intégro-différentiels fractionnaires, s'est fortement répandu dans de nombreuses disciplines. En effet, l'intérêt théorique et pratique de ces opérateurs est désormais bien établi, en particulier :

- Ils apparaissent naturellement dans de nombreux problèmes de modélisation en rhéologie des polymères ou viscoélasticité [72], en acoustique, combustion, en composants électroniques, en  $\mu$ -ondes, etc. [36]
- la modélisation de certains phénomènes physiques dans l'équation de la dynamique des matériaux.
- La réalisation des composants électroniques à impédance fractionnaire [31] et [77].
- Dans le domaine des signaux et leur traitement, ils sont utilisés pour la modélisation et l'approximation markoviennes de bruit de composants électroniques [18], [30], [37] et [38] identification statistique et pour le filtrage [10].
- Le contrôle des systèmes par des correcteurs fractionnaires (PI fractionnaire PID fractionnaire...etc. [40] et [68]).
- Les opérateurs fractionnaires apparaissent de façons naturelles lors du contrôle des structures flexibles tel que les plaques et les poutres par absorption des ondes réfléchissantes [49], [46], [47] et [79].
- La propriété d'invariance de l'équation différentielle d'ordre fractionnaire présente un point de départ pour le contrôle des systèmes dynamique incertains [6] et [67].

Les difficultés liées aux opérateurs fractionnaires ont fortement limité les applications pratiques. L'inconvénient majeur est le comportement héréditaire : L'étude de l'évolution d'un système possédant des termes fractionnaires nécessite à priori le stockage en mémoire de tout le passé du processus (comportement héréditaire). De plus la nature du noyau de convolution qui décrit de tels opérateurs impose un pas de temps très petit et un domaine d'intégration très étendu. En outre, on ne peut pas obtenir un système sous la forme d'état standard, ce qui rend l'application des outils classiques de l'étude et de l'analyse en contrôle très difficile ou impossible et limite, notamment l'étude de la stabilité.

Introduite il y a une dizaine d'années au LAAS/CNRS France par G. Montseny [65] et développée, par la suite à une échelle internationale, par plusieurs laboratoires [4], [8], [32], [41] et [74], la "Représentation Diffusive" est une représentation symbolique qui permet d'avoir une réalisation non héréditaire d'opérateurs pseudo-différentiels.

Cette nouvelle approche est basée sur le comportement entrées/sorties particuliers d'une équation de diffusion convenable de nature dissipative, dont la dimension infinie de la variable d'état est en quelque sorte utilisée pour résumer l'histoire de l'entrée, de telle sorte

que les convolutions à mémoire long définie par les opérateurs fractionnaires soient disponibles en sortie. Cette représentation permet d'avoir un système augmenté qui peut se mettre sous la forme abstraite  $dX/dt=AX$  où  $A$  est générateur infinitésimale d'un semi groupe, ce qui rend l'application des outils d'étude et d'analyse en contrôle possible ; notamment l'étude de la stabilité par Lyapunov. La mise en œuvre numérique est très simple et souple. Le travail présenté dans [32] montre qu'il est possible d'avoir une bonne approximation de tels opérateurs si nous respectons quelques critères bien définis.

Par sa structure algébrique-topologique souple et bien adaptée à l'analyse, l'approximation et la simulation, la classe des opérateurs pseudo-différentiels sous la représentation diffusible permet d'aborder dans un cadre unifié une grande variété de problèmes non standards très actuels.

Nous citons par exemple la stabilisation d'une poutre encadrée par adaptation d'impédance [11], le contrôle d'un bras flexible articulé [13] et [73] le contrôle des systèmes viscoélastiques [19], identification optimale de la dynamique des systèmes [28],...etc.

L'objet du travail présenté est l'application de cette approche au contrôle des systèmes dynamiques. Un des problèmes très importants dans ce domaine est la réduction du comportement vibratoire des structures flexibles tel que les plaques et les poutres, qui sont des systèmes à paramètres répartis. La difficulté vient du fait qu'il faut supprimer toutes les oscillations qui peuvent prendre naissance dans le système. Cette difficulté est liée généralement au grand nombre de modes de vibrations significatives dont la fréquence et la forme sont très sensibles aux inévitables erreurs de modélisation. Alors, l'analyse modale ne peut pas fournir un modèle suffisamment précis sur une gamme modale riche en fréquences.

Le contrôle par l'approche passive consiste à ne prendre en compte que les propriétés locales de vibration. Les propriétés de propagation sont locales et ne dépendent que de quelques paramètres physiques, contrairement aux modes et fréquences propres qui eux, dépendent en outre de la géométrie du domaine de vibration.

L'atténuation de vibration commence par le point de vue que, dans beaucoup de cas, il peut être profitable de regarder la réponse d'une structure flexible à une force typique, localement appliquée, en terme de perturbations élastiques de déplacement.

Généralement, les forces les plus grandes commencent aux bords. Ce point de vue mène naturellement à penser qu'il peut être possible de modifier les chemins normaux des perturbations pour manœuvrer ou diriger autrement l'énergie dans la structure. Alors, il n'est pas nécessaire d'observer les vibrations tout le long du bras pour réaliser le contrôle. Il suffit de connaître les vibrations arrivant au bout pour avoir un contrôle sur les ondes réfléchissantes indépendamment de la vibration, globale. Donc, il s'agit d'observer ces ondes par une impédance terminale.

Cette idée est d'abord appliquée aux systèmes représentés par l'équation d'onde, corde, câble élastique [49] et récemment prolongé à l'équation des poutres et d'autres structures flexibles. Ce type de contrôle est appliqué à une poutre flexible encadrée / libre [79]. Les fonctions de transfert des compensateurs sont des fonctions irrationnelles. Leurs réalisations ont été effectuées expérimentalement par des compensateurs analogiques.

Le même problème a été étudié en [62], et le compensateur absorbant dont la fonction de transfert est irrationnelle est simulé numériquement. En [46] les auteurs ont étudié aussi le problème de vibration des poutres avec un autre principe, basé sur la minimisation des effets des ondes réfléchissantes aux ondes incidentes dans le sens que la norme  $H_\infty$  de la matrice de réflexion soit minimale. Les compensateurs trouvés ont des fonctions de transfert irrationnelles qui sont approchées pour être des polynômes rationnels par l'expansion fractionnaire continue.

Pour le contrôle des systèmes dynamiques incertains, c'est à dire dont les paramètres sont mal connus, nécessite la mise en œuvre de lois de commandes capables d'assurer un bon compromis entre performances et robustesse.

Un nouveau concept de robustesse très récent et introduit dans [59] dit "pseudo-invariant ". Il a pour origine l'approche " CRONE " introduite et développée par A. Oustaloup [66]. La propriété fondamentale du contrôle pseudo-invariant est de conserver autant que possible et sur tout le domaine d'incertitude, les caractéristiques dynamiques imposées par le contrôle du système nominal par les approches classiques, ceci à un changement de temps (ou de fréquence) près. Le contrôle pseudo-invariant présentera aussi une réponse à un échelon de forme quasi-invariante à une dilatation des temps près, le coefficient de dilatation (le changement de temps) étant directement en fonction du paramètre incertain qui présente l'un des inconnus du problème, l'autre inconnu étant le contrôleur dynamique indépendant du paramètre incertain.

Le problème du contrôle pseudo-invariant est formulé par la représentation diffusive [3] et [23]. Cette formulation présente un grand avantage notamment sur la garantie d'existence des solutions causales possibles ainsi que la réalisation concrète par voie numérique sous approximation en dimension finie.

Nous présentons dans ce travail :

1- Le contrôle d'un bras flexible dans un cas où le bras est articulé à une extrémité et libre à l'autre extrémité avec une translation verticale de sa base et dans un autre cas où la base d'articulation du bras est fixe.

La théorie appliquée est basée sur le contrôle frontière par absorption d'ondes auquel sont associées des conditions aux limites particulières (suivant le cas considéré). Le principe de contrôle est de minimiser les effets des ondes incidentes sur les ondes réfléchissantes. La synthèse de tel contrôle, dans le domaine fréquentiel, fait intervenir des opérateurs différentiels fractionnaires. La réalisation non héréditaire de ces opérateurs est basée sur la théorie de la représentation diffusive.

2- La théorie du contrôle diffusif pseudo-invariant. L'invariance peut être atteinte sous changement d'échelle de fréquence ou sous transformation de groupe. Les compensateurs conférant au système considéré la propriété d'invariance sont de type pseudo-différentiel.

Nous appliquons ce concept au contrôle d'un moteur à courant continu dont la fonction de transfert est incertaine. L'incertitude est portée sur le moment d'inertie, la charge et la constante de temps de la boucle de courant. Le modèle du moteur à c.c est choisi de tel sorte à avoir l'invariance sous changement de fréquence et l'invariance sous groupe de transformation.

La comparaison avec la commande classique montre l'efficacité du contrôle pseudo-invariant notamment sa robustesse.

La thèse est organisée en quatre chapitres :

Le chapitre 1 présente les principales propriétés du calcul fractionnaire, les difficultés qui lui sont liées et présente aussi la théorie de la représentation diffusive d'opérateurs fractionnaires ainsi que l'approximation numérique correspondante.

Le chapitre 2 concerne l'étude et l'analyse théorique du contrôle du bras flexible articulé avec translation de base afin d'évaluer et construire des compensateurs diffusifs absorbeurs d'ondes. En outre, il présente l'approximation et la simulation numérique du système augmenté ainsi que l'interprétation des principaux résultats obtenus.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude et l'analyse du contrôle du bras flexible articulé sans déplacement de la base d'articulation. Les résultats de l'approximation numérique du système sont présentés.

Dans le chapitre 4, nous introduisons la théorie du concept de contrôle diffusif pseudo-invariant et son application au contrôle d'un moteur à courant continu.